



REZOLVARE Model 2 TEST A SENIORI

1. Aflați media aritmetică $\bar{x}$, respectiv media pătratică $\bar{x}^2$ pentru seria statistică:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Rezolvare:

$$\text{Media aritmetică: } \bar{x} = \frac{1 \times 3 + 2 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 4 \times 7 + 2 \times 8 + 2 \times 9}{1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 2 + 2} = \frac{123}{20} = 6,15$$

$$\text{Media pătratică: } \bar{x}^2 = \frac{1 \times 3^2 + 2 \times 4^2 + 4 \times 5^2 + 5 \times 6^2 + 4 \times 7^2 + 2 \times 8^2 + 2 \times 9^2}{1 + 2 + 4 + 5 + 4 + 2 + 2} = \frac{807}{20} = 40,35$$

Variante de răspuns:

- a) 6,15; 40,35 (Corect)
- b) 5,20; 38,45
- c) 6,50; 42,15
- d) 4,85; 35,20

2. Fie seria statistică (2 4 8 16). Aflați media aritmetică, media armonică și media geometrică.

Rezolvare:

$$\text{Media aritmetică: } \bar{x} = \frac{2+4+8+16}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$$

$$\text{Media armonică: } H = \frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}} = \frac{4}{\frac{15}{16}} = \frac{64}{15} = 4,27$$

$$\text{Media geometrică: } G = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 8 \times 16} = \sqrt[4]{1024} = 4$$

Variante de răspuns:

- a) 7,5; 4,27; 4 (Corect)
- b) 6,0; 3,50; 5
- c) 8,2; 5,12; 6
- d) 7,0; 4,00; 4,5

3. Calculați media aritmetică și dispersia pentru seria statistică:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Rezolvare:

$$\text{Media aritmetică: } \bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5}{1 + 2 + 4 + 2 + 1} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\bar{x^2} = \frac{1 \times 1^2 + 2 \times 2^2 + 4 \times 3^2 + 2 \times 4^2 + 1 \times 5^2}{1 + 2 + 4 + 2 + 1} = \frac{102}{10} = 10,2$$

$$\text{Dispersia: } d^2 = \bar{x^2} - \bar{x}^2 = 10,2 - 9 = 1,2$$

Variante de răspuns:

- a) 3; 1,2 (Corect)
- b) 3; 2,4
- c) 2,5; 1,2
- d) 3,5; 0,8

4. Fie seria statistică $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Calculați media aritmetică, dispersia, abaterea medie pătratică și coeficientul de variație V.

Rezolvare:

$$\bar{x} = \frac{2 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5}{2 + 2 + 2 + 2 + 2} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\bar{x^2} = \frac{2 \times 1^2 + 2 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + 2 \times 4^2 + 2 \times 5^2}{2 + 2 + 2 + 2 + 2} = \frac{110}{10} = 11$$

$$\text{Dispersia: } d^2 = \bar{x^2} - \bar{x}^2 = 11 - 9 = 2$$

$$\text{Abaterea medie pătratică: } \sigma = \sqrt{d^2} = \sqrt{2} = 1,41$$

$$\text{Coeficientul de variație: } V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1,41}{3} \times 100 = 47,14 \times 100 = 47,14\%$$

Variante de răspuns:

a) 3; 2; 1,41; 47,14 (Corect)

b) 3; 1,5; 1,22; 40,66

c) 2,8; 2; 1,41; 50,35

d) 3; 2,5; 1,58; 52,66

5. Se extrage la întâmplare o carte dintr-un pachet de 52 de cărți de joc. Calculați probabilitatea de a extrage o inimă roșie (cupă) sau un as.

Rezolvare:

Fie A evenimentul de a extrage o inimă roșie (sunt 13 cărți de inimă roșie).

Fie B evenimentul de a extrage un as (sunt 4 ași în pachet).

Evenimentele sunt nedisjuncte, deoarece există un as care este și inimă roșie.

$$P(A) = \frac{13}{52}$$

$$P(B) = \frac{4}{52}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{52}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

Variante de răspuns:

a) 4/13 (Corect)

b) 5/13

c) 1/52

d) 17/52

6. O urnă conține bile albe și negre. Fie A evenimentul ca prima bilă extrasă să fie albă și fie B evenimentul ca a doua bilă extrasă să fie neagră. Exprimați în funcție de evenimentele A și B evenimentul C – cel puțin o bilă să fie albă.

Rezolvare: Evenimentul ca a doua bilă să fie albă este contrarul lui B, adică $\bar{B}$. Cel puțin o bilă albă înseamnă că prima este albă sau a doua este albă.

$$C = A \cup B$$

Variante de răspuns:

- a) $A \cap B$
- b) $A \cup B$
- c) $A \cup \bar{B}$ (Corect)
- d) $\bar{A} \cap \bar{B}$

7. Un elev aruncă simultan două zaruri. Care este probabilitatea ca suma punctelor de pe cele două zaruri să fie 6?

Rezolvare: Cazurile favorabile sunt: (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) $\rightarrow$ 5 cazuri. Numărul total de cazuri posibile este $6 \times 6 = 36$

$$P = \frac{\text{Cazuri favorabile}}{\text{Cazuri posibile}} = \frac{5}{36}$$

Variante de răspuns:

- a) $5/36$ (Corect)
- b) $1/6$
- c) $7/36$
- d) $1/9$

8. Fie ecuația $mx^2 - (m+n)x + n = 0$, unde $m, n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Care este probabilitatea ca rădăcinile ecuației să fie numere naturale distincte?

Rezolvare:

Calculând discriminantul obținem $\Delta = (m-n)^2$, de unde rezultă rădăcinile $x_1 = 1$ și $x_2 = \frac{n}{m}$.

Pentru ca rădăcinile să fie numere naturale distincte, trebuie ca $\frac{n}{m}$ să fie număr natural și $\frac{n}{m} \neq 1$

Numărul total de perechi (m, n) este $4 \times 4 = 16$. Perechile favorabile sunt cele pentru care n se împarte exact la m și $n > m$:

Pentru $m=1 \rightarrow n \in \{2, 3, 4\}$ (3 perechi)

Pentru $m=2 \rightarrow n = 4$ (1 pereche)

Total cazuri favorabile = 4 perechi.

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Variante de răspuns:

- a) $1/4$ (Corect)
- b) $3/8$

- c) $1/2$
d) $5/16$

9. Fie 3 urne U, V, W. U conține 4 bile albe și 2 bile negre, V conține 3 bile albe și 3 bile negre, iar W conține 1 bilă albă și 5 bile negre. Din cele trei urne se extrage câte o bilă. Care este probabilitatea ca în bilele extrase să existe cel puțin o bilă albă?

Rezolvare:

Calculăm probabilitatea evenimentului contrar (să nu se extragă nicio bilă albă, adică toate să fie negre):

$$P(\text{toate negre}) = \frac{2}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{30}{216} = \frac{5}{36}$$

Probabilitatea cerută este:

$$P(\text{cel puțin o bilă albă}) = 1 - \frac{5}{36} = \frac{31}{36}$$

Variante de răspuns:

- a) $31/36$ (Corect)
b) $5/36$
c) $25/36$
d) $11/12$

10. Într-o clasă cu 20 de elevi, 60% sunt fete. Se formează o delegație formată din 4 elevi. Care este probabilitatea ca în această delegație să fie exact 2 fete și 2 băieți?

Rezolvare:

Numărul de fete din clasă este $20 \times 60\% = 12$, iar numărul de băieți este $20 - 12 = 8$

$$\text{Numărul cazurilor posibile este: } C_{20}^4 = \frac{20!}{(20-4)! \times 4!} = \frac{16! \times 17 \times 18 \times 19 \times 20}{16! \times 1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{17 \times 18 \times 19 \times 20}{2 \times 3 \times 4} = \frac{116280}{24} = 4845$$

$$\text{Numărul cazurilor favorabile este: } C_{12}^2 \times C_8^2 = \frac{12!}{10! \times 2!} \times \frac{8!}{6! \times 2!} = \frac{11 \times 12}{2} \times \frac{7 \times 8}{2} = 66 \times 28 = 1848$$

$$P = \frac{1848}{4845} = 0,381$$

Variante de răspuns:

a) 0,381 (Corect)

b) 0,420

c) 0,250

d) 0,512